



**Уральский
федеральный
университет**

имени первого Президента
России Б.Н. Ельцина

**В. В. Чупин
Д. Е. Черногубов**

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ. ОСНОВЫ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Учебное электронное текстовое издание

Подготовлено кафедрой строительной механики

Научный редактор: проф., д-р. техн. наук А. А. Поляков

Контрольные задания к выполнению курсовых и расчетно-графических работ
для студентов строительных специальностей всех форм обучения

Сформулированы указания о порядке выполнения контрольных заданий,
содержание заданий, требования по оформлению

Екатеринбург

2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ	3
ЗАДАЧА № 1. РАСЧЕТ УПРУГОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ БАЛКИ-СТЕНКИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ	5
ЗАДАЧА № 2. РАСЧЕТ УПРУГОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНКИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ	8
ПРИЛОЖЕНИЯ	11
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	14

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

1. Работа должна состоять из пояснительной записки в виде сброшюрованных листов бумаги формата А4. Изложение текста должно быть ясное и краткое. Обозначения усилий, перемещений и других величин должны соответствовать общепринятым. Расчетные схемы следует выполнять аккуратно ручкой или карандашом, в масштабе, с указанием всех размеров, упомянутых в расчете. Линейные размеры, величины нагрузок, усилий и напряжений следует проставлять в цифрах. В пояснительной записке преобразование формул и подстановку числовых значений величин необходимо делать так, чтобы проверяющий мог проследить весь ход вычислений.

2. В заголовке работы должны быть четко указаны: наименование дисциплины, тема работы, специальность, курс, фамилия, имя и отчество студента, учебный шифр (номер зачетной книжки); для студентов заочной формы обучения – дата отсылки работы и точный домашний адрес.

3. Данные для выполнения контрольных заданий следует принимать по учебному шифру. Из шифра берутся только две цифры: *предпоследняя* и *последняя*. По этим цифрам из таблиц определяются исходные данные задач.

Например, учебный шифр 256375. Последняя цифра 5, предпоследняя 7. Следовательно, в соответствии с последней цифрой 5 расчетной схемой для балки-стенки (табл. 1) будет схема 6: $\Delta x = 0,4$ м, распределенная нагрузка $q_1 = 6$ кН/м, а по предпоследней цифре 7 находим силы $P_5 = 4$ кН, $P_6 = 5$ кН. Эти нагрузки показаны на схемах рис. 1.

Аналогично устанавливаются данные для расчета пластинки из табл. 2, в соответствии с последней цифрой 5 расчетная схема 12: $\Delta x = 0,4$ м; сила $P_6 = 1,5$ кН приложена в узле 6; а по предпоследней цифре 7 находим: $q'' = 20$ кН/м². Условия закрепления пластинки показаны на схемах рис. 2.

4. После возвращения проверенного контрольного задания студент должен внести исправления в соответствии с указаниями преподавателя. Если работа не зачтена, то после исправления она снова подлежит проверке.

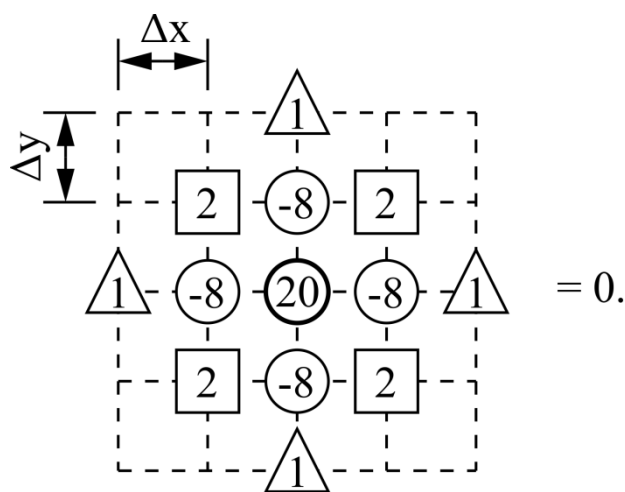
5. Зачтенное контрольное задание студент обязан предъявить на зачете или экзамене.

ЗАДАЧА № 1. РАСЧЕТ УПРУГОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ БАЛКИ-СТЕНКИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

Для заданной расчетной схемы балки-стенки единичной толщины, выполненной из железобетона ($E = 30$ ГПа, $\nu = 0,15$), требуется:

1. Вычертить расчетную схему балки-стенки в масштабе с указанием размеров и нагрузки и определить опорные реакции.

2. Исходное бигармоническое уравнение для прямоугольной области на квадратной сетке $\Delta x = \Delta y$ представить в конечных разностях:



3. Для каждой внутренней точки области (с учетом симметрии нагружения) записать уравнения в конечных разностях.

4. Значения функций напряжений на контуре области и в законтурных точках выразить исходя из граничных условий с учетом рамной аналогии (опорные реакции V или опорное давление q определяются из условия равновесия балки-стенки по оси y).

5. Составить систему разностных уравнений и привести их к симметричному виду.

6. Решить систему разностных уравнений на ЭВМ или с использованием обратной матрицы. При использовании обратной матрицы надо добиться, чтобы вид правых частей уравнений совпадал по форме с табличными (см. прил. 1–3). Проверить решение системы уравнений.

7. Построить эпюры нормальных напряжений σ_x в сечении А-А, касательных напряжений τ_{xy} в сечении С-С и нормальных напряжений σ_y в сечении В-В балки-стенки.

8. Произвести статические проверки расчета ($\Sigma X = 0, \Sigma Y = 0, \Sigma M = 0$).

9. Рассчитать балку-стенку методами сопротивления материалов. Полученные напряжения в балке сравнить с соответствующими напряжениями в балке-стенке, рассчитанной методами теории упругости.

10. По результатам расчета сделать соответствующие выводы.

Таблица 1

Данные для расчета балок-стенок

Цифры	По последней цифре шифра						По предпоследней цифре шифра			
	№ схемы	Δx	P_1	P_2	P_3	q_1	P_4	P_5	P_6	q_2
		м	кН	кН	кН	кН/м	кН	кН	кН	кН/м
0	1	0,4				6	5		6	
1	2	0,3	8							9
2	3	0,3		4	5					7
3	4	0,4				4		8		
4	5	0,3	10		4					6
5	6	0,4				6	8	7		
6	1	0,3		8	9					8
7	2	0,4				8		4	5	
8	3	0,4				5	4		4	
9	4	0,3	10		4					5

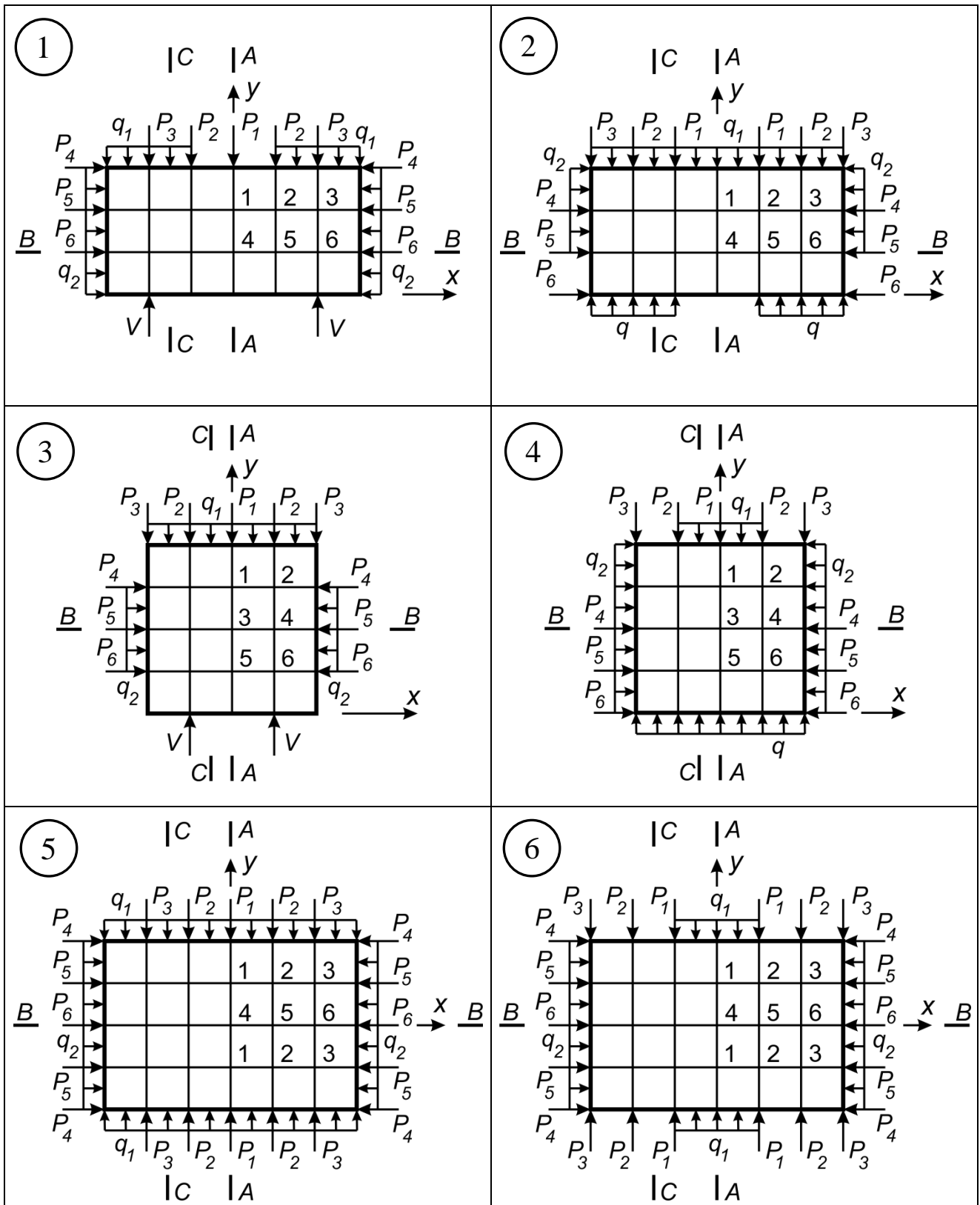


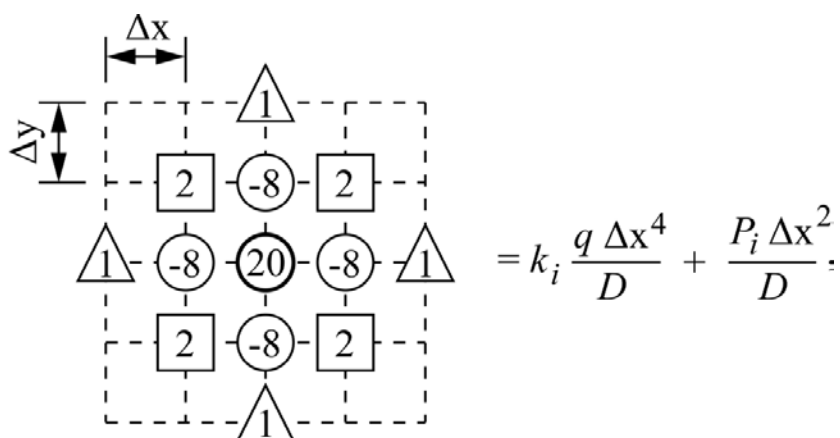
Рис. 1. Схемы балок-стенок
с нумерацией узлов квадратной сетки ($\Delta x = \Delta y$)

ЗАДАЧА № 2. РАСЧЕТ УПРУГОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНКИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

Для заданной расчетной схемы упругой прямоугольной пластинки толщиной $h = 60$ мм, выполненной из железобетона ($E = 30$ ГПа, $\nu = 0,15$), требуется:

1. Вычертить расчетную схему пластинки в масштабе с указанием размеров и нагрузки. Во всех схемах оси x и y – оси симметрии.

2. Исходное дифференциальное уравнение изгиба пластинки представить в конечных разностях на квадратной сетке $\Delta x = \Delta y$:



где q – распределенная нагрузка на поверхности или части поверхности пластинки;

k_i – весовой коэффициент, зависящий от площадки нагружения около i -го узла;

Δx – заданный шаг квадратной сетки;

$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ – цилиндрическая жесткость пластинки;

P_i – сосредоточенная сила, приложенная в i -м узле.

3. Для каждой внутренней точки области (с учетом симметрии нагружения) записать уравнения в конечных разностях.

4. Значения функций прогибов на контуре и в законтурных точках выразить через внутриконтурные исходя из граничных условий на краях пластинки.

5. Составить систему разностных уравнений и привести их к симметричному виду.

6. Решить систему разностных уравнений на ЭВМ или с использованием обратной матрицы. При использовании обратной матрицы надо добиться, чтобы

вид правых частей уравнений совпадал по форме с табличными (см. прил. 4–9). Проверить решение системы уравнений.

7. Построить эпюры прогибов и эпюры изгибающих и крутящих моментов M_x , M_y и H в сечениях, совпадающих с осями x и y пластинки.

8. Найти максимальные напряжения.

9. Выделить из пластинки балку-полоску шириной, равной шагу сетки, и определить наибольший прогиб и наибольшие напряжения в ней методами сопротивления материалов. Максимальный прогиб и напряжения в балке сравнить с соответствующим прогибом и напряжениями в пластинке.

10. По результатам расчета сделать соответствующие выводы.

Таблица 2

Данные для расчета прямоугольных пластинок

Цифры	По последней цифре шифра				По предпоследней цифре шифра		
	№ схемы	Δx , м	Сила, сосредоточенная в узле i		Нагрузка, распределенная по всей площади пластинки q , кН/м ²	Нагрузка, распределенная на центральной площадке со сторонами квадрата:	
			i	P_i , кН		$4\Delta x \times 4\Delta y$ q' , кН/м ²	$2\Delta x \times 2\Delta y$ q'' , кН/м ²
0	7	0,2	1	1,2		12	
1	8	0,3	2	2			18
2	9	0,4	3	1,8	16		
3	10	0,2	4	3		16	
4	11	0,3	5	4			12
5	12	0,4	6	1,5	20		
6	9	0,5	6	2		12	
7	10	0,4	5	4			20
8	11	0,2	4	2	10		
9	12	0,3	3	3		15	

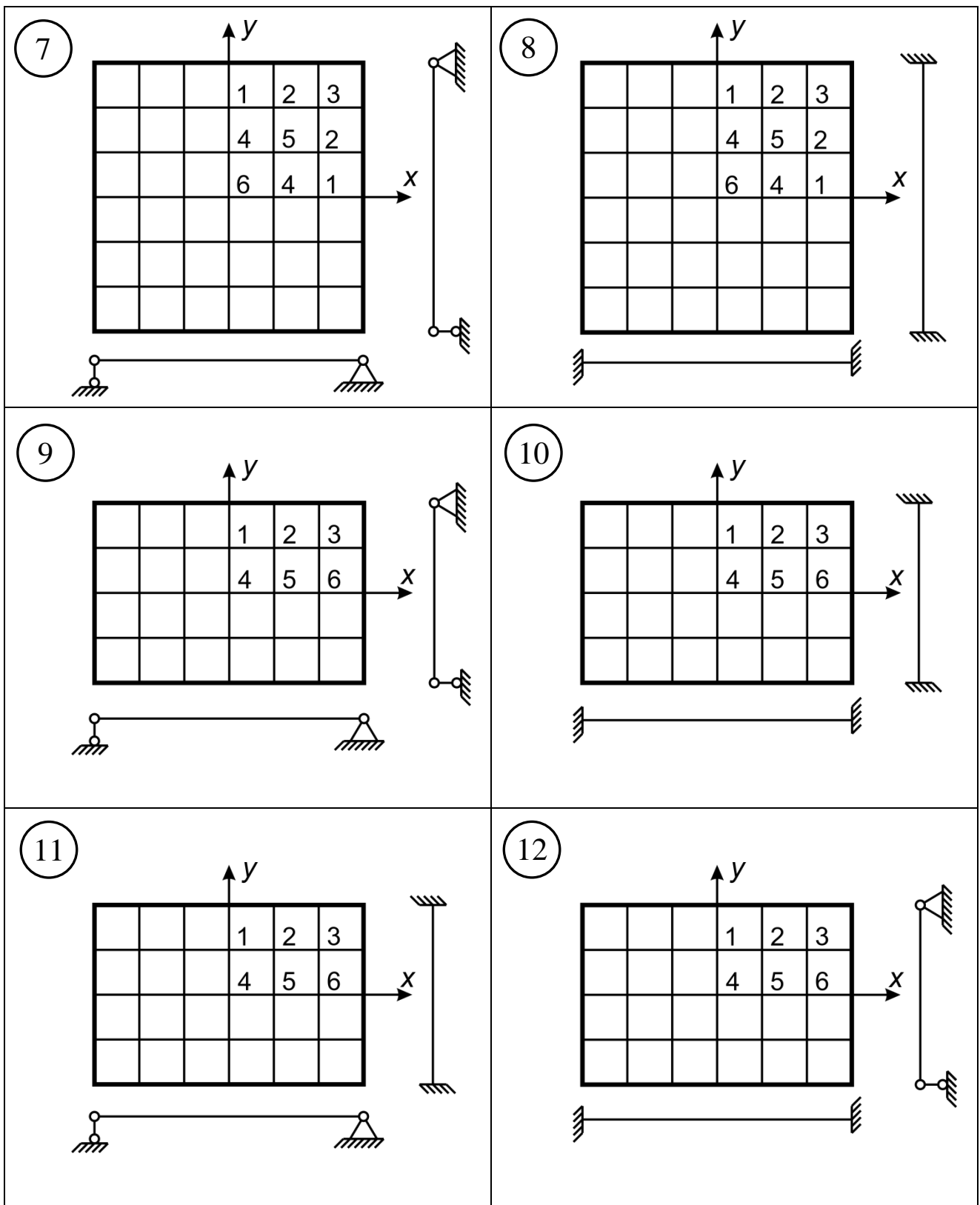


Рис. 2. Схемы пластинок
с нумерацией узлов квадратной сетки ($\Delta x = \Delta y$)

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Обратная матрица для прямоугольной балки-стенки

(схемы 1 и 2)

i	β_{1i}	β_{2i}	β_{3i}	β_{4i}	β_{5i}	β_{6i}	a_{ip}
1	0,18029	0,08219	0,02251	0,08907	0,04912	0,01453	$b_1/2$
2	0,08219	0,10050	0,03547	0,04912	0,05101	0,02008	b_2
3	0,02251	0,03547	0,06540	0,01453	0,02008	0,02720	b_3
4	0,08907	0,04912	0,01453	0,18029	0,08219	0,02251	$b_4/2$
5	0,04912	0,05101	0,02008	0,08219	0,10050	0,03547	b_5
6	0,01453	0,02008	0,02720	0,02251	0,03547	0,06540	b_6

Приложение 2

Обратная матрица для квадратной балки-стенки

(схемы 3 и 4)

i	β_{1i}	β_{2i}	β_{3i}	β_{4i}	β_{5i}	β_{6i}	a_{ip}
1	0,08988	0,03529	0,05618	0,02684	0,01936	0,00965	b_1
2	0,03529	0,03920	0,02669	0,02247	0,00965	0,00715	$2b_2$
3	0,05618	0,02669	0,12921	0,05618	0,05618	0,02669	b_3
4	0,02684	0,02247	0,05618	0,05462	0,02684	0,02247	$2b_4$
5	0,01936	0,00965	0,05618	0,02684	0,08988	0,03529	b_5
6	0,00965	0,00715	0,02669	0,02247	0,03529	0,03920	$2b_6$

Приложение 3

Обратная матрица для прямоугольной балки-стенки

(схемы 5 и 6)

i	β_{1i}	β_{2i}	β_{3i}	β_{4i}	β_{5i}	β_{6i}	a_{ip}
1	0,26126	0,13830	0,04224	0,29392	0,18298	0,06155	$b_1/2$
2	0,13830	0,14918	0,05560	0,18261	0,17347	0,07134	b_2
3	0,04224	0,05560	0,08097	0,06048	0,07054	0,07509	b_3
4	0,29392	0,18261	0,06048	0,63796	0,35957	0,11790	$b_4/4$
5	0,18298	0,17347	0,07054	0,35957	0,37135	0,14505	$b_5/2$
6	0,06155	0,07134	0,07509	0,11790	0,14505	0,18850	$b_6/2$

Приложение 4

Обратная матрица для квадратной пластинки (схема 7)

i	β_{1i}	β_{2i}	β_{3i}	β_{4i}	β_{5i}	β_{6i}	a_{ip}
1	0,44305	0,34911	0,19859	0,65089	0,56250	0,72781	b_1
2	0,34911	0,32914	0,19823	0,54586	0,50000	0,60355	$2b_2$
3	0,19859	0,19823	0,17844	0,30178	0,28125	0,33062	b_3
4	0,65089	0,54586	0,30178	1,20414	1,00000	1,39645	b_4
5	0,56250	0,50000	0,28125	1,00000	0,90625	1,12500	b_5
6	0,72781	0,60355	0,33062	1,39645	1,12500	1,83876	$b_6/4$

Приложение 5

Обратная матрица для квадратной пластинки (схема 8)

i	β_{1i}	β_{2i}	β_{3i}	β_{4i}	β_{5i}	β_{6i}	a_{ip}
1	0,15047	0,09223	0,03834	0,20736	0,16564	0,23543	b_1
2	0,09223	0,09744	0,04921	0,15364	0,14600	0,16898	$2b_2$
3	0,03834	0,04921	0,07247	0,05695	0,05817	0,06018	b_3
4	0,20736	0,15364	0,05695	0,53000	0,39537	0,64838	b_4
5	0,16564	0,14600	0,05817	0,39537	0,36246	0,45449	b_5
6	0,23543	0,16898	0,06018	0,64838	0,45449	1,00853	$b_6/4$

Приложение 6

Обратная матрица для прямоугольной пластинки (схема 9)

i	β_{1i}	β_{2i}	β_{3i}	β_{4i}	β_{5i}	β_{6i}	a_{ip}
1	0,28377	0,19811	0,09597	0,34124	0,25805	0,12980	b_1
2	0,19811	0,18987	0,09905	0,25805	0,23552	0,12903	$2b_2$
3	0,09597	0,09905	0,09390	0,12980	0,12903	0,10572	$2b_3$
4	0,34124	0,25805	0,12980	0,56755	0,39622	0,19194	$b_4/2$
5	0,25805	0,23552	0,12903	0,39622	0,37974	0,19811	b_5
6	0,12980	0,12903	0,10572	0,19194	0,19811	0,18781	b_6

Приложение 7

Обратная матрица для прямоугольной пластинки (схема 10)

i	β_{1i}	β_{2i}	β_{3i}	β_{4i}	β_{5i}	β_{6i}	a_{ip}
1	0,13063	0,06915	0,02112	0,14696	0,09149	0,03078	b_1
2	0,06915	0,07459	0,02780	0,09131	0,08673	0,03567	$2b_2$
3	0,02112	0,02780	0,04048	0,03024	0,03527	0,03755	$2b_3$
4	0,14696	0,09131	0,03024	0,31898	0,17979	0,05895	$b_4/2$
5	0,09149	0,08673	0,03527	0,17979	0,18568	0,07252	b_5
6	0,03078	0,03567	0,03755	0,05895	0,07252	0,09425	b_6

Приложение 8

Обратная матрица для прямоугольной пластинки (схема 11)

i	β_{1i}	β_{2i}	β_{3i}	β_{4i}	β_{5i}	β_{6i}	a_{ip}
1	0,13575	0,07548	0,02908	0,15558	0,10188	0,04331	b_1
2	0,07548	0,08242	0,03774	0,10188	0,09945	0,05094	$2b_2$
3	0,02908	0,03774	0,05334	0,04331	0,05094	0,05614	$2b_3$
4	0,15558	0,10188	0,04331	0,33373	0,19760	0,08066	$b_4/2$
5	0,10188	0,09945	0,05094	0,19760	0,20719	0,09880	b_5
6	0,04331	0,05094	0,05614	0,08066	0,09880	0,12654	b_6

Приложение 9

Обратная матрица для прямоугольной пластинки (схема 12)

i	β_{1i}	β_{2i}	β_{3i}	β_{4i}	β_{5i}	β_{6i}	a_{ip}
1	0,24164	0,15538	0,05800	0,28174	0,19779	0,07653	b_1
2	0,15538	0,14651	0,06045	0,19779	0,17452	0,07521	$2b_2$
3	0,05800	0,06045	0,05925	0,07653	0,07521	0,05864	$2b_3$
4	0,28174	0,19779	0,07653	0,48328	0,31076	0,11600	$b_4/2$
5	0,19779	0,17452	0,07521	0,31076	0,29303	0,12089	b_5
6	0,07653	0,07521	0,05864	0,11600	0,12089	0,11850	b_6

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Александров А. В. Основы теории упругости и пластичности / А. В. Александров, В. Д. Потапов. – М. : Высшая школа, 1990. – 399 с.
2. Поляков А. А. Сопротивление материалов и основы теории упругости / А. А. Поляков, В. М. Кольцов. – Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2008. – 458 с.
3. Самуль В. И. Основы теории упругости и пластичности / В. И. Самуль. – М. : Высшая школа, 1982. – 262 с.
4. Тимошенко С. П. Теория упругости / С. П. Тимошенко, Дж. Гудьер. – М. : Наука, 1975. – 575 с.
5. Чуватов В. В. Расчет пластинок на прочность и устойчивость методом сеток / В. В. Чуватов. – Свердловск: УПИ, 1972. – 105 с.

Учебное электронное текстовое издание

Чупин Владимир Васильевич
Черногубов Дмитрий Евгеньевич

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ. ОСНОВЫ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Редактор	<i>О. В. Гусева</i>
Компьютерный набор	<i>Д. Е. Черногубова</i>
Компьютерная верстка	<i>Т. С. Кринициной</i>
Подготовка к публикации	<i>Н. В. Лутовой</i>

**Рекомендовано методическим советом УрФУ
Разрешено к публикации 21.11.2014
Электронный формат – pdf
Объем 0,85 уч.-изд. л.**



620002, Екатеринбург, ул. Мира, 19

**Информационный портал УрФУ
<http://www.urfu.ru>**